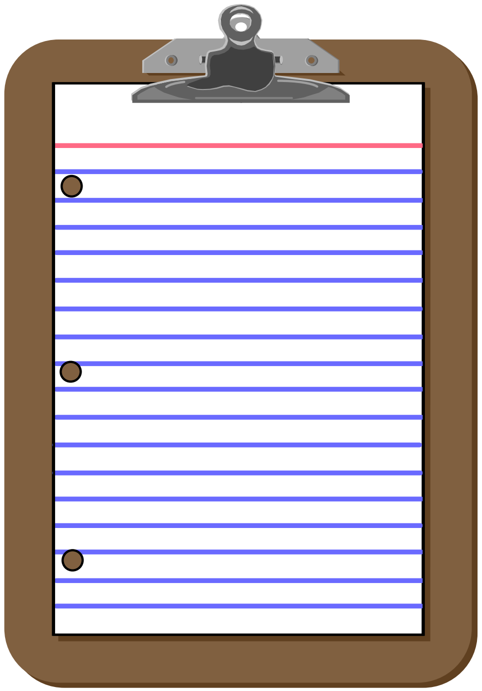
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Επιχειρησιακή Έρευνα

Γραμμικός Προγραμματισμός
Διαμόρφωση Προβλήματος

Η παρουσίαση προετοιμάστηκε από τον Ν.Α. Παναγιώτου

Περιεχόμενα Παρουσίασης



1. **Γενικά Στοιχεία Γραμμικού Προγραμματισμού**
2. **Μαθηματική Διατύπωση**
3. **Ενδεικτικά Παραδείγματα Μορφοποίησης Προβλημάτων**
4. **Συμπεράσματα**

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός...

- Επιλύει, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, το πρόβλημα κατανομής πεπερασμένων πόρων κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο (allocation problem)
- Επιλέγει την στάθμη κάθε δραστηριότητας κατά τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται η βελτιστοποίηση του αποτελέσματος
- Επιχειρεί να πετύχει έναν σαφώς διατυπωμένο στόχο, ο οποίος εκφράζεται με τη βελτιστοποίηση της λεγόμενης «αντικειμενικής συνάρτησης»

Οι περιορισμοί...

Υφίστανται τόσο στους διατιθέμενους πόρους/ αγαθά, όσο και στις απαιτούμενες στάθμες των δραστηριοτήτων

Δεν προκαθορίζουν πλήρως ένα τρόπο ενέργειας αλλά αφήνουν περιθώρια για περισσότερες από μία εναλλακτικές δυνατότητες δράσης (λύσεις)

Διακρίνονται σε:

- Τεχνολογικούς (που επιβάλλονται από τις δραστηριότητες)
- Θεσμικούς (διοικητικής και οργανωτικής φύσεως)

Σε Ένα Πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού...

- Όλες οι μεταβλητές είναι συνεχείς (επομένως, μπορούν να λάβουν κλασματικές τιμές)
- Η αντικειμενική συνάρτηση είναι μοναδική (εκφράζοντας προβλήματα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης)
- Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί μεταβάλλονται γραμμικά

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός Είναι Χρήσιμος Διότι...

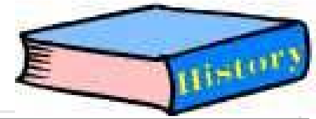
- Πολλά πρακτικά προβλήματα μπορούν να μορφοποιηθούν σε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού
- Υφίσταται αλγόριθμος (Simplex) ο οποίος επιτρέπει την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού αρκετά εύκολα

Περιοχές Εφαρμογής Γραμμικού Προγραμματισμού

- Μίξη υλικών
- Προγραμματισμός παραγωγής
- Διαχείριση διύλισης πετρελαίου
- Διανομή
- Χρηματοοικονομικός προγραμματισμός
- Προγραμματισμός ανθρώπινου δυναμικού
- Προγραμματισμός καλλιέργειας
- Πολιτική Αγορών & Πωλήσεων

…και πολλές άλλες…

Ιστορική Ανασκόπηση (1/2)



- Αρχική εφαρμογή πραγματοποιήθηκε στο οικονομικό πεδίο (βέλτιστη κατανομή συντελεστών κατανομής)
- Το 1939 - 1940 εμφανίστηκαν προεργασίες του ΓΠ (Neumann, Leontief)
- Στη διάρκεια του πολέμου εφαρμόστηκε σε προβλήματα βέλτιστης κατανομής πόρων στην αεροπορία των ΗΠΑ (Wood)
- Ο G. Dantzig διαμόρφωσε το γενικό πρόβλημα ΓΠ και ανέπτυξε την μέθοδο Simplex (1947)
- Πιο πριν προβλήματα τύπου ΓΠ είχαν διαμορφωθεί και επιλυθεί από τους Hitchcock (1941), Koopmans (1947) (πρόβλημα μεταφοράς), Stigler (1945) (πρόβλημα βέλτιστης δίαιτας, αλλά όχι ΓΠ)

Ιστορική Ανασκόπηση (2/2)

Διαδεδομένα πεδία εφαρμογής ιστορικά:

- Διυλιστήρια πετρελαίου (προβλήματα μίξεως)
- Εύρεση πετρελαίου, παραγωγή & μεταφορά
- Βιομηχανία χάλυβα και αλουμινίου (εύρεση κραμάτων με επιθυμητές ιδιότητες, βέλτιστο πρόγραμμα λειτουργίας ελάστρων κατεργασίας, βέλτιστο πρόγραμμα λειτουργίας καμίνου, ελάχιστο παρασκευής μη επιθυμητών υποπροϊόντων, μέγιστο χρησιμοποίησης φτηνών Α’ Υλών, βέλτιστο αγοράς - αποθήκευσης - διάθεσης προϊόντων)
- Βιομηχανίες επίπλων, τροφίμων, ενδυμάτων, μηχανουργεία, χυτήρια, εργοστάσια παραγωγής τμημάτων & εξαρτημάτων μηχανών

Αντί Ορισμού...

Μια εικόνα ισοδυναμεί με χίλιες λέξεις

"Παλιά Κινέζικη Παροιμία"

ή

Ένα παράδειγμα ισοδυναμεί με 100 σελίδες θεωρίας...

"Παράφραση παλιάς Κινέζικης Παροιμίας"

Το Πρόβλημα 2 Ορυχείων

Εταιρεία διαθέτει 2 ορυχεία που παράγουν ορυκτό το οποίο μετά από επεξεργασία καταλήγει σε τρία διαφορετικά προϊόντα διαφορετικής ποιότητας. Η εταιρεία έχει υπογράψει σύμβαση με πελάτη που εγγυάται την παράδοση 12 τόνων Προϊόντος Α, 8 τόνων προϊόντος Β και 24 τόνων προϊόντος Γ.

Ορυχείο	Ημερήσιο Κόστος (000 GRD)	Παραγωγή (Τόνοι / Ημέρα)		
		Προϊόν Α	Προϊόν Β	Προϊόν Γ
X	180	6	3	4
Y	160	1	1	6

Πόσες ημέρες την εβδομάδα θα πρέπει να λειτουργεί το Ορυχείο ώστε να μπορεί να καλύψει το συμβόλαιο του πελάτη;

1ος Τρόπος Επίλυσης του Προβλήματος: Μαντεύοντας!

Εργασία μίας ημέρας στο Χ και μίας ημέρας στο Υ

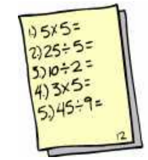
– 7 τόνοι Προϊόντος Α που δεν είναι αρκετοί να καλύψουν τη ζήτηση των 12 τόνων. Πρόκειται για μια αδύνατη λύση.

Εργασία τεσσάρων ημερών στο Χ και τριών ημερών στο Υ

– Αυτή είναι μία αποδεκτή λύση αφού ικανοποιεί τους υφιστάμενους περιορισμούς. Παρόλα αυτά είναι μία μη αποδοτική (ακριβή) λύση.

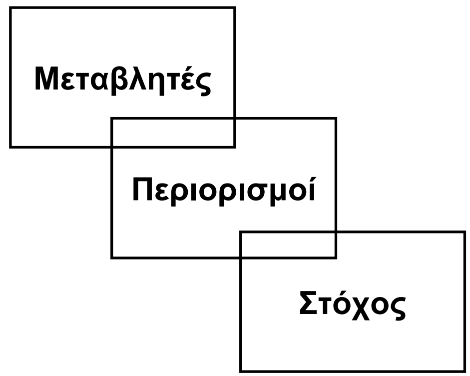
Θα μπορούσαμε να συνεχίζαμε να μαντεύουμε αναζητώντας καλύτερη λύση, αλλά ακόμα και αν βρίσκαμε τη βέλτιστη δυνατή δε θα ήμασταν σε θέση να το γνωρίζουμε!

2ος Τρόπος Επίλυσης του Προβλήματος: Χρησιμοποιώντας μια μαθηματική προσέγγιση



Θα πρέπει αρχικά να αναγνωρίσουμε τα παρακάτω στοιχεία:

- Μεταβλητές
- Περιορισμούς
- Στόχο



Αναγνωρίζοντας τα παραπάνω στοιχεία ουσιαστικά κάνουμε αυτό που ονομάζεται μαθηματική διατύπωση του προβλήματος (mathematical formulation of the problem)

Μεταβλητές Προβλήματος

Μεταβλητές

Περιορισμοί

Στόχος

- Οι μεταβλητές απεικονίζουν τις αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν
- Εκφράζουν τους “αγνώστους”

x = Αριθμός ημερών ανά εβδομάδα όπου λειτουργεί το Ορυχείο X

y = Αριθμός ημερών ανά εβδομάδα όπου λειτουργεί το Ορυχείο Y

Περιορισμοί

Μεταβλητές

Περιορισμοί

Στόχος

Διευκολύνει η αρχική έκφραση των περιορισμών με λόγια και η μετέπειτα μετάφρασή τους σε μαθηματικές σχέσεις

Περιορισμοί παραγωγής μεταλλεύματος: Ισοστάθμιση του όγκου παραγωγής προϊόντων με τον απαιτούμενο από τον πελάτη όγκο προϊόντων

Προϊόν Α: $6x + 1y >= 12$

Προϊόν Β: $3x + 1y >= 8$

Προϊόν Γ: $4x + 6y >= 24$

Στόχος ή … Αντικειμενική Συνάρτηση

Μεταβλητές

Περιορισμοί

Στόχος

- Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής για το εργοστάσιο
- Η μαθηματική έκφραση του στόχου ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση
- Η αντικειμενική συνάρτηση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η ακόλουθη:

$$\text{Min } \{180\ x + 160\ y\}$$

Ολοκληρωμένη Μαθηματική Διατύπωση Προβλήματος

Min {180 x +160 y}

υποκείμενο στους παρακάτω περιορισμούς:

$$6x + y \geq 12$$
$$3x + y \geq 8$$
$$4x + 6y \geq 24$$
$$x \leq 5$$
$$y \leq 5$$
$$x, y \geq 0$$

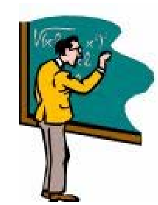
Ένα Πρόβλημα Μηχανουργείου

Μηχανουργείο διαθέτει 3 μηχανές και παράγει 4 προϊόντα. Κάθε προϊόν πρέπει να υποστεί κάποια κατεργασία σε κάθε μηχανή. Η παραγωγή είναι συνεχής και ο απαιτούμενος χρόνος ρύθμισης των μηχανών αμελητέος. Ο ακόλουθος πίνακας περιλαμβάνει τις ώρες επεξεργασίας και το κέρδος από την πώληση μιας μονάδας από κάθε είδος προϊόντος.

Είδος Μηχανής	Προϊόντα				Ολικός Διαθέσιμος Χρόνος ανά Εβδομάδα
	1	2	3	4	
Α	1.5	1	2.4	1	2,000
Β	1	5	1	3.5	8,000
Γ	1.5	3	3.5	1	5,000
Μοναδ. Κέρδος	524	730	834	418	

Ποιος είναι ο αριθμός μονάδων που θα πρέπει να κατασκευασθούν από κάθε προϊόν σε μία εβδομάδα, ώστε το κέρδος από την πώληση να είναι το μέγιστο δυνατό ;

Διαμόρφωση Προβλήματος Μηχανουργείου



Οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές είναι οι εξής:

x_i = ο αριθμός των μονάδων που πρέπει να κατασκευασθούν από κάθε προϊόν ανά εβδομάδα

$x_i >= 0$, γιατί δεν παράγουμε αρνητικές ποσότητες προϊόντων

$1.5\ x_1 + x_2 + 2.4\ x_3 + x_4 <= 2{,}000$, βάσει των διαθέσιμων ωρών της Μηχανής Α

$x_1 + 5\ x_2 + x_3 + 3.5\ x_4 <= 8{,}000$, βάσει των διαθέσιμων ωρών της Μηχανής Β

$1.5\ x_1 + 3\ x_2 + 3.5\ x_3 + x_4 <= 5{,}000$, βάσει των διαθέσιμων ωρών της Μηχ. Γ

Αντικειμενική Συνάρτηση

$$\max \{524\ x_1 + 730\ x_2 + 834\ x_3 + 418\ x_4\}$$

Ολικό Κέρδος από την Πώληση των Προϊόντων

Μαθηματικό Μοντέλο Γενικού Προβλήματος ΓΠ

Μεγιστοποίηση του $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_rx_r$

$a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 + \ldots + a_{1r}\,x_r$ (<= , = , >=) b_1

$a_{21}\,x_1 + a_{22}\,x_2 + \ldots + a_{2r}\,x_r$ (<= , = , >=) b_2

………………..

$a_{m1}\,x_1 + a_{m2}\,x_2 + \ldots + a_{mr}\,x_r$ (<= , = , >=) b_m

$x_j >= 0$ (j =1, 2, …, r)

a_{ij}, b_i, c_j (δοσμένες σταθερές με i = 1, 2, …, m και j =1, 2, …, r)

Συνοπτική Παρουσίαση Μοντέλου ΓΠ

max ή min $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_rx_r$

$a_{i1}\, x_1 + a_{i2}\, x_2 + \dots + a_{ir}\, x_r$ (<= , = , >=) b_i (i=1, 2, …, m)

x_j>= 0 (j =1, 2, …, r)

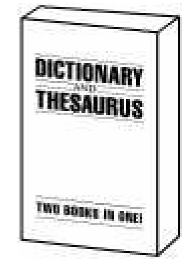
ή

max ή min $z = \sum_{j=1}^{r} c_jx_j$

$a_{i1}\, x_1 + a_{i2}\, x_2 + \dots + a_{ir}\, x_r$ (<= , = , >=) b_i (i=1, 2, …, m)

x_j>= 0 (j =1, 2, …, r)

Ορολογία...



- Όταν μία μεταβλητής αποφάσεως επιτρέπεται να λάβει αρνητικές τιμές, τότε εκφράζεται ως διαφορά δύο θετικών μεταβλητών
- Η γραμμική συνάρτηση z που θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση
- Οι γραμμικές σχέσεις ονομάζονται συνθήκες ή περιορισμοί
- Οι μεταβλητές xj ονομάζονται μεταβλητές αποφάσεως

Φυσική Ερμηνεία Μεγεθών...

- xj είναι η ποσότητα προϊόντος που πρέπει να παραχθεί στη μονάδα του χρόνου
- cj είναι η αύξηση του εκλεγμένου μέτρου αποδοτικότητας και ονομάζεται μοναδιαίο κόστος ή μοναδιαία αξία της δραστηριότητας j
- aij είναι η ποσότητα του μέσου i που που καταναλώνεται για κάθε μονάδα της δραστηριότητας j και ονομάζεται τεχνολογικός συντελεστής
- bj είναι η ποσότητα του μέσου i που μπορεί να διατεθεί για τις r δραστηριότητες
- m είναι ο αριθμός των διαθέσιμων μέσων

Πρόβλημα Product Mix

Βιομηχανική επιχείρηση αποφασίζει τη διακοπή της παραγωγής ενός από τα προϊόντα της. Η αποδεσμευμένη παραγωγική ικανότητα των μηχανών σκοπεύεται να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή ενός ή περισσοτέρων νέων προϊόντων, τα 1, 2 και 3. Η διαθέσιμη παραγωγικότητα των μηχανών και ο αριθμός των απαιτούμενων μηχανοωρών για κάθε μονάδα των προϊόντων φαίνεται στους πίνακες.

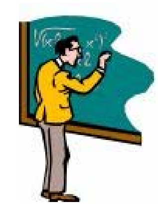
Η δυνατότητα των πωλήσεων για τα προϊόντα 1 & 2 ξεπερνά τις ποσότητες που μπορούν να παραχθούν, ενώ για το προϊόν 3 είναι 20 μονάδες ανά εβδομάδα. Το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος προβλέπεται να είναι 20, 6 και 8 δρχ για τα προϊόντα 1, 2 και 3.

Τύπος Μηχανής	Παραγωγική ικανότητα (ώρες / εβδομάδα)
Φρέζα	200
Τόρνος	100
Τριβείο	50

Τύπος Μηχανής	Προϊόντα 1	2	3
Φρέζα	8	2	3
Τόρνος	4	3	-
Τριβείο	2	-	1

Ζητείται να καταστρωθεί μοντέλο ΓΠ για τον προσδιορισμό της ποσότητας κάθε προϊόντος που πρέπει να παράγει η επιχείρηση για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της

Διαμόρφωση Προβλήματος Product Mix



Οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές είναι οι εξής:

x_i = ο αριθμός των μονάδων που πρέπει να κατασκευασθούν από κάθε προϊόν ανά εβδομάδα

$x_i >= 0$, γιατί δεν παράγουμε αρνητικές ποσότητες προϊόντων

$8 x_1 + 2 x_2 + 3 x_3 <= 200$, διαθέσιμες εβδομαδιαίες ώρες στη φρέζα

$4 x_1 + 3 x_2 <= 100$, διαθέσιμες εβδομαδιαίες ώρες στον τόρνο

$2 x_1 + x_3 <= 50$, διαθέσιμες εβδομαδιαίες ώρες στο τριβείο

$x_3 <= 20$, περιορισμός πωλήσεων προϊόντων

Αντικειμενική Συνάρτηση

$$\max \{20\, x_1 + 6\, x_2 + 8\, x_3\}$$

Ολικό Κέρδος από την Πώληση των Προϊόντων

Πρόβλημα Δίαιτας

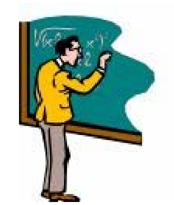
Το γάλα,το κρέας και τα αυγά παρέχουν βιταμίνες A, C και D. Ο αριθμός των mg κάθε βιταμίνης που περιέχεται στη μονάδα της κάθε τροφής και το αντίστοιχο κόστος φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Η ελάχιστη απαιτούμενη ημερήσια κατανάλωση βιταμινών A, C και D είναι αντίστοιχα 1 mg, 50 mg και 10 mg

Βιταμίνη	Λίτρο Γάλακτος	Κιλό Κρέατος	12αδα Αυγών
A	0.2	2	10
C	20	20	10
D	2	200	10
Κόστος	20	200	50

Ζητείται να καταστρωθεί μοντέλο ΓΠ για το παραπάνω πρόβλημα.

Διαμόρφωση Προβλήματος Διαίτας



Οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές είναι οι εξής:

$x_Γ$, $x_Κ$, $x_Α$ = ο αριθμός λίτρων γάλακτος, κιλών κρέατος και δωδεκάδων αυγών αντίστοιχα στο πρόγραμμα δίαιτας

$x_Γ, x_Κ, x_Α >= 0$, μη αρνητικότητα των μεταβλητών $x_Γ$, $x_Κ$, $x_Α$

$0.2\ x_Γ + 2\ x_Κ + 10\ x_Α >= 1$, (Περιορισμός για βιταμίνη A)

$20\ x_Γ + 20\ x_Κ + 10\ x_Α >= 50$, (Περιορισμός για βιταμίνη C)

$2\ x_Γ + 200\ x_Κ + 10\ x_Α >= 10$, (Περιορισμός για βιταμίνη D)

Αντικειμενική Συνάρτηση

$$\min \{20\ x_{Γ} + 200\ x_{K} + 50\ x_{A}\}$$

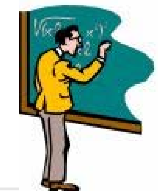
Ολικό Κόστος Τροφίμων

Πρόβλημα Μεταφοράς

Τρία παραρτήματα ενός εργοστασίου, τα Α, Β, Γ που παράγουν το ίδιο προϊόν, βρίσκονται σε 3 διαφορετικές περιοχές της χώρας, που απέχουν πολύ μεταξύ τους. Οι αγοραστές του προϊόντος βρίσκονται σε 5 διαφορετικές πόλεις. Τα παραρτήματα παράγουν ποσότητες αντίστοιχα 150, 350 και 280 μονάδων του προϊόντος, ενώ οι αγοραστές έχουν παραγγείλει αντίστοιχα 100, 130, 160, 210 και 150 μονάδες. Το κόστος μεταφοράς του προϊόντος από τα παραρτήματα Α, Β, Γ δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Παράρτημα			**Αγοραστές**		
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
Α	**10**	**22**	**8**	**14**	**9.5**
Β	**12**	**16**	**26**	**20**	**19**
Γ	**18.5**	**21.5**	**15.5**	**11**	**17**

Ζητείται να καταστρωθεί μοντέλο ΓΠ για το παραπάνω πρόβλημα.



Διαμόρφωση Προβλήματος Μεταφοράς

Οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές είναι οι εξής:

x_{ij} = οι ποσότητες προϊόντος που θα πρέπει να μεταφερθούν από το παράρτημα i στον αγοραστή j (i = A, B, Γ, j = 1, 2, 3, 4, 5)

$x_{ij} >= 0$, μη αρνητικότητα των μεταβλητών x_{ij}

$x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4} + x_{A5} <= 150$

$x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4} + x_{B5} <= 350$

$x_{Γ1} + x_{Γ2} + x_{Γ3} + x_{Γ4} + x_{Γ5} <= 280$

Παραγωγές Παραρτημάτων Α, Β, Γ

Ζήτηση Αγοραστών 1, 2, 3, 4, 5

$x_{A1} + x_{B1} + x_{Γ1} = 100$

$x_{A2} + x_{B2} + x_{Γ2} = 130$

$x_{A3} + x_{B3} + x_{Γ3} = 160$

$x_{A4} + x_{B4} + x_{Γ4} = 210$

$x_{A5} + x_{B5} + x_{Γ5} = 150$

Αντικειμενική Συνάρτηση

$$\min \{10\, x_{A1} + 22\, x_{A2} + 8\, x_{A3} + 14\, x_{A4} + 9.5\, x_{A5} +$$
$$12\, x_{B1} + 16\, x_{B2} + 26\, x_{B3} + 20\, x_{B4} + 19\, x_{B5} +$$
$$18.5\, x_{\Gamma 1} + 21.5\, x_{\Gamma 2} + 15.5\, x_{\Gamma 3} + 11\, x_{\Gamma 4} + 17\, x_{\Gamma 5} \}$$

Ολικό Κόστος Μεταφοράς

Πρόβλημα Μίξεως (Blending Problem)

Διυλιστήριο θέλει να παράγει 3 είδη βενζίνης (Α, Β, Γ) με μίξη 4 πρώτων υλών από το πετρέλαιο.

Η διαθεσιμότητα των πρώτων υλών και το κόστος τους δίνονται στον πίνακα αριστερά.

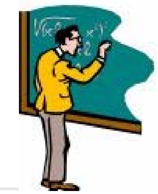
Οι αναλογίες μεταξύ των πρώτων υλών για την παραγωγή των 3 ειδών βενζίνης θα πρέπει να βρίσκονται ανάμεσα σε ορισμένα όρια που δίνονται στον πίνακα δεξιά, μαζί με την τιμή πώλησης κάθε βενζίνης.

‘Α΄Υλη	Max διαθέσιμη ποσότητα σε βαρέλια ανά ημέρα	Κόστος σε $ ανά βαρέλι
1	3,000	3
2	2,000	6
3	4,000	4
4	1,000	5

Βενζίνη	Αναλογίες	Τιμή πωλήσεως σε $ ανά βαρέλι
Α	Όχι περισσότερο από 30% της 1 Όχι λιγότερο από 40% της 2 Όχι περισσότερο από 50% της 3	5.50
Β	Όχι περισσότερο από 50% της 1 Όχι λιγότερο από 10% της 2	4.50
Γ	Όχι περισσότερο από 70% της 1	3.50

Ζητείται να προσδιορισθεί το μίγμα των πρώτων υλών που θα αποφέρει το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος (πωλήσεις μείον συνολικό κόστος πρώτων υλών).

Διαμόρφωση Προβλήματος Μίξεως



Οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές είναι οι εξής:

x_{ij} = οι συνολικοί αριθμοί βαρελιών ’Α Ύλης j που χρησιμοποιείται ανά ημέρα για την παραγωγή βενζίνης τύπου i (i = A, B, Γ, j = 1, 2, 3, 4)

x_{ij} >= 0, μη αρνητικότητα των μεταβλητών x_{ij}

Περιορισμοί Μίξεως

$x_{A1} <= 0.3\ (x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4})$

$x_{A2} >= 0.4\ (x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4})$

$x_{A3} <= 0.5\ (x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4})$

$x_{B1} <= 0.5\ (x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4})$

$x_{B2} >= 0.1\ (x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4})$

$x_{\Gamma 1} <= 0.7\ (x_{\Gamma 1} + x_{\Gamma 2} + x_{\Gamma 3} + x_{\Gamma 4})$

Διαθεσιμότητα ‘Α Υλών

$x_{A1} + x_{B1} + x_{\Gamma 1} <= 3{,}000$

$x_{A2} + x_{B2} + x_{\Gamma 2} <= 2{,}000$

$x_{A3} + x_{B3} + x_{\Gamma 3} <= 4{,}000$

$x_{A4} + x_{B4} + x_{\Gamma 4} <= 1{,}000$

Αντικειμενική Συνάρτηση

$$\max \{5.5\ (x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4}) + 4.5\ (x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4}) + 3.5\ (x_{\Gamma1} + x_{\Gamma2} + x_{\Gamma3} + x_{\Gamma4}) - 3\ (x_{A1} + x_{B1} + x_{\Gamma1}) - 6\ (x_{A2} + x_{B2} + x_{\Gamma2}) - 4\ (x_{A3} + x_{B3} + x_{\Gamma3}) - 5\ (x_{A4} + x_{B4} + x_{\Gamma4})\}$$

$$\max \{2.5\ x_{A1} - 0.5\ x_{A2} + 1.5\ x_{A3} + 0.5\ x_{A4} + 1.5\ x_{B1} - 1.5\ x_{B2} + 0.5\ x_{B3} - 0.5\ x_{B4} + 0.5\ x_{\Gamma1} - 2.5\ x_{\Gamma2} - 0.5\ x_{\Gamma3} - 1.5\ x_{\Gamma4}\}$$

Ολικό Κέρδος Πωλήσεων

Παράδειγμα Χρηματοοικονομικού Προγραμματισμού

Μία τράπεζα παρέχει 4 είδη δανείων στους πελάτες της με τα παρακάτω επιτόκια:

- Πρώτο δάνειο: 14%
- Δεύτερο δάνειο: 20%
- Βελτίωση οικίας: 20%
- Προσωπικό overdraft: 10%

Η τράπεζα έχει τη δυνατότητα δανειοδότησης έως $ 250 εκ, καθώς και τους παρακάτω περιορισμούς:

- Τα πρώτα δάνεια θα πρέπει να είναι τουλάχιστον το 55% των εκδοθέντων δανείων και τουλάχιστον το 25% όλων των παρεχομένων υπηρεσιών (σε χρηματικές αξίες)
- Τα δεύτερα δάνεια δεν πρέπει να υπερβαίνουν το 25% όλων των παρεχόμενων υπηρεσιών (σε χρηματικές αξίες)
- Το μέσο επιτόκιο δεν πρέπει να υπερβαίνει το 15%

Διαμόρφωση Χρηματοοικονομικού Προβλήματος

Οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές είναι οι εξής:

x_i = ποσό δανείου στην περιοχή i για σε $ εκ. (i =1 για πρώτα δάνεια, 2 για δεύτερα δάνεια, 3 για βελτίωση οικίας, 4 για προσωπικό overdraft)

$$X_i >= 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 <= 250$$

$$X_1 >= 0.55 (X_1 + X_2)$$

$$X_1 >= 0.25 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$$

$$X_2 <= 0.25 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$$

$$0.14X_1 + 0.20X_2 + 0.20X_3 + 0.10X_4 <= 0.15 (X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση

$$\max \{0.14X_1 + 0.20X_2 + 0.20X_3 + 0.10X_4 \}$$

Βασικά θέματα για συζήτηση

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός υπήρξε μία από τις πρώτες μεθόδους ΕΕ και η εμφάνιση & ανάπτυξή του συνέπεσε με την απαρχή μιας νέας εποχής στους τομείς της βελτιώσεως και οργανώσεως της λειτουργίας πολύπλοκων συστημάτων. Οι Η/Υ συνέβαλαν σημαντικά στην ραγδαία ανάπτυξη του ΓΠ.

Όλα τα προβλήματα ΓΠ καταλήγουν σε μία κοινή μαθηματική μορφή που επιτρέπει την τυποποιημένη επίλυσή του, μετά την επιτυχή ολοκλήρωση της μορφοποίησης των προβλημάτων αυτών.

Η διαμόρφωση ενός προβλήματος ΓΠ είναι το δυσκολότερο κομμάτι του και προδιαγράφει όχι μόνο τη δυνατότητα επίλυσής του αλλά και την ταχύτητα στην οποία θα πραγματοποιηθεί.

Ερωτήσεις...


Statistics show...
A + B=C
Bioeconomics
Today's News
Picasso's blue period
E=MC²
The sum of the parts
$ $ $ $ $
©R. Morley Inc.